

Estrazione solido-liquido

L'estrazione solido-liquido, detta anche *lisciviazione*, è l'operazione mediante la quale un soluto disperso matrice solida inerte (cioè senza alcuna affinità per il soluto) viene estratto mediante solvente liquido, anch'esso inerte.

Mentre esistono diverse possibilità per separare le soluzioni, l'estrazione solido-liquido è in pratica l'unica tecnica per separare un soluto in miscela intima in una matrice solida; nel caso di soluti liquidi, si può procedere con la pressatura, come con alcuni semi oleaginosi o con le olive, ma la resa d'estrazione non può essere elevatissima. Inoltre è necessario preparare l'alimentazione con opportuni trattamenti (essiccamento, macinazione, taglio, ecc.. a secondo dei casi).

Impieghi dell'estrazione solido-liquido

L'estrazione con acqua delle ceneri di vegetali per ottenere una soluzione alcalina, la *liscivia*, è un'operazione nota fin dall'antichità. Il trattamento di un solido con un liquido, al fine di estrarne un componente solubile, ha sempre trovato una varietà di applicazioni spesso chiamate con termini diversi, oltre a lisciviazione, come percolazione, lavaggio, digestione, infusione, ecc.

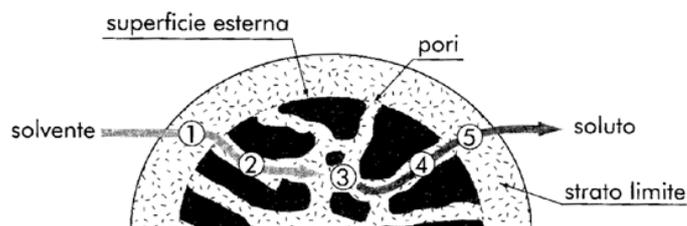
Tra le applicazioni dell'estrazione solido-liquido nell'industria alimentare, le più importanti sono:

Oli vegetali:	<i>solido:</i> costituenti solidi dei semi oleaginosi <i>soluto:</i> olio <i>solvente:</i> solventi organici, soprattutto esano
Zucchero (di barbabietola o di canna):	<i>solido:</i> costituenti solidi dei tessuti saccariferi <i>soluto:</i> saccarosio <i>solvente:</i> acqua
Enocianina:	<i>solido:</i> bucce d'uva <i>soluto:</i> antociani <i>solvente:</i> soluzione acquosa di SO ₂
Estratti aromatici:	<i>solido:</i> parti solide di piante officinali (foglie, fiori, radici, frutti, ecc.) <i>soluto:</i> varie sostanze chimiche <i>solvente:</i> acqua o alcool etilico e miscele
Infusi (thè, caffè, ecc.):	<i>solido:</i> parti solide di semi tostati, foglie <i>soluto:</i> varie sostanze solubili, aromatiche, sapide, ecc.. <i>solvente:</i> acqua (calda)

Modello fenomenologico dell'estrazione solido-liquido

Quando un solvente viene aggiunto ad un solido che contiene un soluto avvengono in sequenza questi fenomeni:

1. diffusione del solvente dalla massa della soluzione alla superficie del solido attraverso lo strato limite;
2. il solvente penetra nel solido bagnandolo e riempiendo tutte le microporosità in esso contenute e finendo per costituire al suo interno una **fase imbibente** continua;
3. il soluto disperso nel solido si scioglie nel solvente creando così, all'interno del solido una soluzione relativamente concentrata in soluto;



4. La differenza di concentrazione del soluto a la soluzione relativamente concentrato, che è all'interno del solido, e quella diluita, che è all'esterno, genera una diffusione del soluto verso l'esterno;

5. diffusione del soluto attraverso lo strato limite nella massa della soluzione.

La diffusione si arresta quando la concentrazione del soluto è la stessa nella soluzione che imbibisce il solido e in quella che bagna esternamente il solido.

Dopo aver raggiunto tale condizione di equilibrio (che in teoria richiede un tempo infinito, ma in pratica tempi finiti e ragionevoli) si procede alla separazione meccanica della soluzione dai solidi inerti. Questa operazione può essere fatta con una semplice operazione di sgrondatura o per filtrazione o centrifugazione o spremitura. Se, in questa fase, fosse possibile separare tutta la soluzione dai solidi inerti, tutto il soluto risulterebbe estratto e l'operazione sarebbe così conclusa con una resa di estrazione del 100%. Invece, per quanto sia efficace la separazione, ci sarà sempre una certa quantità di soluzione che rimane nei solidi (**soluzione imbibente**) e dunque la **resa di estrazione** (quantità di soluto estratto rispetto alla quantità di soluto presente inizialmente nei solidi) sarà inferiore al 100%.

Si può intervenire allora con una seconda operazione consistente nell'aggiungere al solido imbibito una nuova quantità di solvente. Questa nuova aggiunta riproduce una nuova situazione di gradiente fra la soluzione più concentrata all'interno dei solidi e la soluzione più diluita all'esterno.

Inizia allora una nuova fase di diffusione fino a che la concentrazione di soluto all'interno e all'esterno dei solidi è uguale.

Ripetendo l'operazione di separazione meccanica un'ulteriore frazione di soluto viene estratta e il solido risulta imbibito di una soluzione più diluita della precedente.

Questa sequenza di "aggiunte di solvente-diffusione-separazione" può essere ripetuta finché si considera soddisfacente la resa di estrazione e tollerabile la quantità di soluto che rimane nella soluzione imbibente dei solidi.

Riassumendo dunque si può dire che l'estrazione solido-liquido comprende due fasi principali: una che è regolata dal fenomeno fisico della diffusione del soluto e che ha come obiettivo di pervenire all'equilibrio, cioè all'uguaglianza della concentrazione della soluzione imbibente e della soluzione libera, e una che è regolata dall'operazione meccanica di separazione della soluzione dai solidi e che ha come obiettivo di separare la maggior quantità possibile di soluzione dai solidi.

Fattori che influenzano il processo diffusivo

I fenomeni diffusivi rivestono particolare importanza nell'estrazione. La diffusione è descritta matematicamente dalla legge di Fick, che in questo caso possiamo scrivere come:

$$C = \frac{dm_C}{dt} = \frac{D}{s} \cdot A_i \cdot (x_s - x)$$

dove:

C = è la portata istantanea di soluto che diffonde dal solido nella soluzione (kg/s);

m_C = è la massa di soluto C (kg);

t = è il tempo (s);

D = è il coefficiente di diffusione (kg/s · m);

s = è lo spessore dello strato limite (m);

A = è l'area interfacciale (m²);

x_s = è la concentrazione in frazione del soluto nella soluzione satura sulla superficie del solido;

x = è la concentrazione in frazione del soluto nella massa della soluzione.

I fattori che influenzano i termini che compaiono nell'equazione influenzano anche il processo.

Dimensioni delle particelle. Al diminuire delle dimensioni aumenta l'area interfacciale e si accorciano i percorsi diffusivi all'interno dei pori. Aumenta perciò la velocità della diffusione ma

aumentano anche le perdite di carico che il solvente deve affrontare per attraversare il letto di particelle, specie muovendosi in controcorrente. Per quanto possibile si riducono le dimensioni del solido in modo non uniforme, dandogli forme in cui almeno una dimensione sia molto piccola, si da assicurare un piccolo spessore almeno in una direzione, mentre nelle altre le dimensioni non piccole evitano un eccessivo impaccamento che potrebbe ostacolare il passaggio del liquido. Così le bietole si tagliano in fettucce, i semi in scaglie, ecc. Al diminuire delle dimensioni delle particelle, aumentano anche le difficoltà della separazione solido-liquido, specie se la differenza di densità è piccola.

Temperatura. Aumentando la temperatura, aumenta il coefficiente di diffusione dato che diminuisce la viscosità. Aumenta abitualmente anche la solubilità delle sostanze da estrarre. Talvolta, come nell'estrazione del saccarosio, ciò è dovuto ad un effetto specifico del processo: in quel caso la denaturazione delle pareti cellulari. Un eccessivo aumento può provocare reazioni secondarie, perdita di selettività e possibili perdite di solvente per l'aumento della tensione di vapore.

Pressione. Ha soprattutto influenza nell'estrazione con solventi in condizioni supercritiche, detta anche estrazione gas-solido. Variando la pressione si riesce a modulare la solubilità del soluto, rendendone così agevole il suo recupero.

Agitazione. Un agitazione della soluzione aumenta la turbolenza, fa diminuire lo spessore dello strato limite, mantiene più uniforme la concentrazione nella massa della soluzione e migliora lo sfruttamento dell'area interfacciale prevenendo la sedimentazione del solido. Però la presenza o meno di un vero e proprio sistema d'agitazione dipende dal tipo di apparecchiatura.

Solvente. I criteri di scelta sono molteplici:

Selettività. E la misura di quanto il soluto d'interesse si scioglia preferibilmente nell'estratto rispetto agli altri componenti, come eventuali altri soluti o il diluente stesso.

Capacità del solvente. Indica la massima concentrazione che il soluto può raggiungere in quel solvente. Maggiore è la capacità, minore è la quantità di solvente richiesta.

Tossicità, pericolosità e impatto ambientale. L'uso di materiali pericolosi richiede il ricorso ad accorgimenti e apparecchiature particolari per ridurre il rischio entro limiti accettabili e le emissioni entro i limiti di legge. L'uso di sostanze tossiche e ad elevato impatto ambientale fa perciò lievitare sia i costi dell'investimento sia i costi d'esercizio. La pericolosità è soprattutto da mettere in relazione con la più o meno facile infiammabilità che può richiedere per la costruzione degli impianti delle caratteristiche particolari alquanto costose. Sono anche da valutare le possibili tecniche di smaltimento dei reflui e la biodegradabilità.

Tensione di vapore. Poiché l'estrazione richiede la susseguente separazione dell'estratto in soluto e solvente, l'efficacia e il costo di questa separazione può dipendere dalla tensione di vapore del solvente in relazione al metodo scelto. Così se si utilizza la distillazione per recuperare il solvente, sarebbe desiderabile una tensione di vapore elevata o bassa a seconda che si voglia ottenere il solvente come prodotto di testa o di coda. In ogni caso tanto più è elevata la tensione di vapore tanto maggiore può risultare l'impatto ambientale, in relazione alla tossicità del solvente, per la maggiore facilità di un suo rilascio nell'ambiente. Inoltre calore specifico e calore latente influiscono sui costi energetici dell'operazione.

Stabilità termica. E' in relazione alla necessità di operazioni a caldo per separare l'estratto. La stabilità termica influenza il consumo del solvente e la formazione di sottoprodotti, che debbono a loro volta essere separati e che possono presentare tossicità e impatto ambientale superiori a quelli del solvente. Anche l'inerzia chimica è un fattore da considerare, in quanto influisce sulla scelta dei materiali di costruzione delle apparecchiature.

Viscosità. E' bene che sia la più bassa possibile per favorire il trasporto di massa tra le due fasi, possibilmente inferiore a 10 mPa · s.

Costo. E importante soprattutto in relazione al consumo di solvente.

Generalmente i criteri di scelta sono basati sul criterio generale che simile scioglie simile. Così gli oli vegetali, costituiti da trigliceridi degli acidi grassi, vengono abitualmente estratti con esano, mentre se si vogliono estrarre acidi grassi si ricorre, a solventi più polari.

Tempo. All'aumentare del tempo di contatto aumenta la quantità di soluto estratto ma diminuisce la forza spingente ($x_s - x$). Operare con tempi di contatto brevi significa perciò operare con un'elevata forza spingente ma porta ad estratti più diluiti.

BILANCI MATERIALI

Nella esecuzione dei bilanci materiali dell'estrazione solido-liquido saranno definiti:

Fd (abbreviazione dell'inglese "feed"): la massa nei processi discontinui o la portata in massa nei processi continui del prodotto alimentato da estrarre;

Sv la massa o la portata in massa del solvente ;

Ex (abbreviazione del termine "estratto"): la massa o la portata in massa della soluzione di soluto e solvente separata dai solidi; è detta anche **miscella**;

Rt (abbreviazione del termine "raffinato"): la massa o la portata in massa dei solidi residui, imbibiti di soluzione, dopo la separazione di *Ex*.

Si indicheranno inoltre con:

x: la frazione di massa del soluto in *Rt* o in *Fd*,

y: la frazione di massa del soluto in *Ex* o in *Sv*.

La massa cui si riferiscono *x* o *y* sarà indicata come indice, ad esempio x_{Fd} è la massa di soluto in *Fd* e y_{Ex} è la frazione di massa del soluto nell'estratto *Ex*.

Si definisce inoltre come:

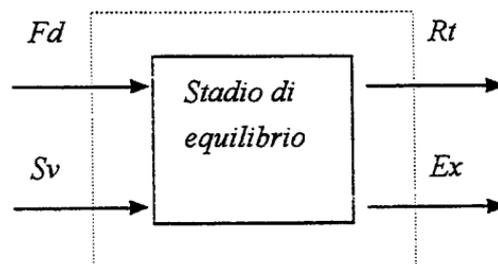
stadio di equilibrio: la fase dell'operazione o la parte di impianto nella quale raggiunge la uguaglianza della concentrazione fra la soluzione all'interno e la soluzione all'esterno dei solidi;

rapporto di imbibizione: il rapporto fra la massa di soluzione imbibente e la massa di solidi (ad esempio se si dice che il rapporto di imbibizione è 0,5:1,0 vuol dire che ogni kg di solidi contiene 0,5 kg di soluzione imbibente);

resa di estrazione: il rapporto percentuale fra la massa di soluto estratta (e separata in *Ex*) e la massa di soluto inizialmente presente nel prodotto, cioè $Fd \cdot x_{Fd}$.

Estrazione semplice

Lo schema di un'estrazione semplice è rappresentato dalla figura:



Operazione discontinua

In un opportuno recipiente vengono miscelate una certa massa di *Fd* con una certa massa di *Sv*.

Si lascia che il contatto fra la fase solida e la fase liquida sia abbastanza lungo da poter considerare che si è raggiunta l'uguaglianza della concentrazione in soluto fra la soluzione all'interno dei solidi e quella all'esterno (stadio di equilibrio).

Infine con un adatto sistema di separazione meccanica, si separa l'estratto *Ex* dal raffinato *Rt*.

Operazione continua

Tutto come sopra, ma con i vari componenti in moto.

I simboli *Fd*, *Sv*, *Ex* ed *Rt* indicano in questo caso delle portate in massa (kg/h).

Valgono le seguenti relazioni:

$$Fd + Sv = Ex + Rt$$

Bilancio globale

$$Fd \cdot x_{Fd} + Sv \cdot y_{Sv} = Ex \cdot y_{Ex} + Rt \cdot x_{Rt}$$

Bilancio relativo al soluto

La conoscenza di tre portate su quattro e di tre composizioni su quattro consente calcolare la quarta incognita. Possono essere date, inoltre, la resa di estrazione o il rapporto di imbibizione in Rt .

1° Esempio

100 kg di un seme oleaginoso contenente il 22% di olio (e il 79% di solidi inerti), vengono miscelati in uno stadio di equilibrio con 100 kg di esano. Se il rapporto di imbibizione del raffinato è di 0,5:1,0, calcolare la resa di estrazione, la massa e la composizione dei quattro componenti del sistema.

Il calcolo di Rt può essere fatto facilmente conoscendo il rapporto di imbibizione. In Rt sono contenuti 78 kg di solidi (gli stessi contenuti in Fd) e dunque:

$$0,5 \times 78 = 39 \text{ kg di soluzione imbibente}$$

In totale:

$$Rt = 78 + 39 = 117 \text{ kg}$$

Pertanto:

$$Fd + Sv = Ex + Rt$$

$$100 + 100 = Ex + 117$$

da cui:

$$Ex = 83 \text{ kg}.$$

Passando ora al bilancio del soluto è facile calcolare y_{Ex} , cioè la frazione di massa del soluto nell'estratto, poiché la soluzione che si forma all'equilibrio non è altro che la somma del solvente Sv più l'olio contenuto in Fd .

$$y_{Ex} = \frac{22}{100 + 22} = 0,18$$

Questa è anche la frazione di massa dei 39 kg di soluzione che imbibiscono Rt (la condizione di equilibrio è che la soluzione che costituisce Ex è identica alla soluzione che imbibisce Rt). Pertanto:

$$Fd \cdot x_{Fd} + Sv \cdot y_{Sv} = Ex \cdot y_{Ex} + Rt \cdot x_{Rt}$$

$$100 \cdot 0,22 + 100 \cdot 0,00 = 83 \cdot 0,18 + 117 \cdot x_{Rt}$$

Se ne deduce che:

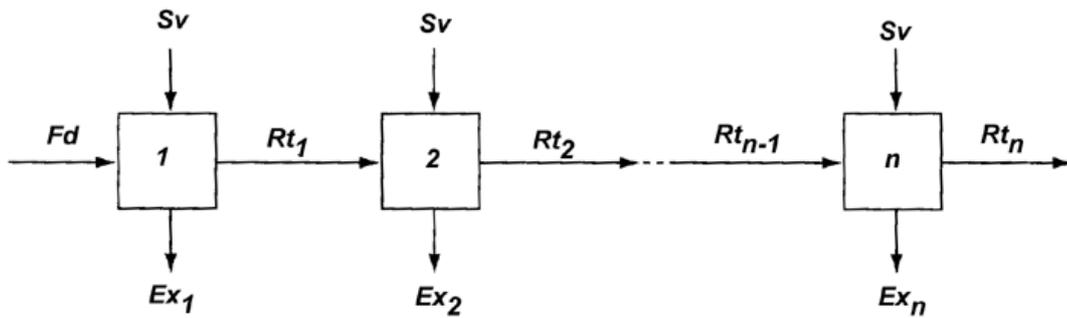
$$x_{Rt} = 0,06$$

e che la resa percentuale di estrazione è:

$$\frac{14,94}{22} \cdot 100 = 67,9\%$$

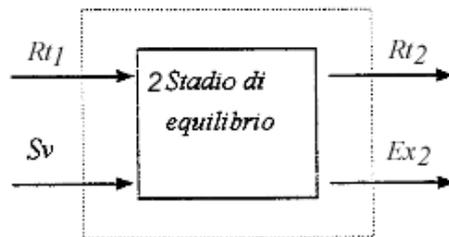
Estrazione multipla detta “ad esaurimento” o “a correnti incrociate”

Consiste nel ripetere operazioni come la precedente aggiungendo ulteriori aliquote di solvente al raffinato e ripetendo l'operazione di separazione.



2° Esempio

Supponiamo di aggiungere di aggiungere al raffinato dell'esempio precedente che chiameremo Rt_1 un'ulteriore aliquota di 100 kg di solvente fresco e di ripetere l'operazione. Lo schema del secondo stadio di estrazione è:



Supponiamo inoltre che il rapporto di imbibizione anche del 2° stadio sia di 0,5:1,0. Poiché i solidi non cambiano e si ritrovano integralmente in Rt_2 , anche Rt_2 avrà una massa complessiva di 117 kg. Ne risulta che:

$$Rt_1 + Sv = Rt_2 + Ex_2$$

$$117 + 100 = 117 + Ex_2$$

da cui si ricava che:

$$Ex_2 = 100 \text{ kg}$$

Con un ragionamento analogo a quello fatto per lo stadio precedente possiamo dire che y_{Ex2} , sarà quello di una soluzione risultante da tutto l'olio e da tutto il solvente che entrano nel 2° stadio di equilibrio, cioè:

$$\text{olio} = 7,06 \text{ kg (olio in } Rt_1)$$

$$\text{solvente} = 100 \text{ (solvente fresco)} + 31,94 \text{ (solvente in } Rt_1 = (39 - 7,06) \text{ kg)} = 131,94 \text{ kg}$$

$$y_{Ex2} = \frac{7,06}{131,94 + 7,06} = 0,0508$$

il bilancio relativo all'olio diventa:

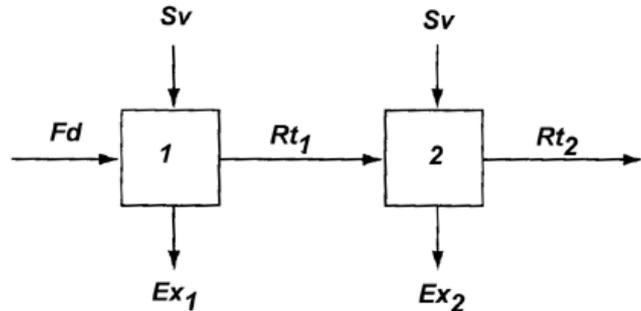
$$Rt_1 \cdot x_{Rt1} + Sv \cdot y_{Sv} = Rt_2 \cdot x_{Rt2} + Ex_2 \cdot y_{Ex2}$$

$$117 \cdot 0,06 + 100 \cdot 0,00 = 117 \cdot x_{Rt2} + 100 \cdot 0,0508$$

da cui si ricava che :

$$x_{Rt2} = 0,0198$$

Riassumendo:



Fd	Sv	Rt_1	Ex_1	Rt_2	Ex_2
100 kg	100 kg	117 kg	83 kg	117 kg	100 kg
x_{Fd}	y_{Sv}	x_{Rt1}	y_{Ex1}	x_{Rt2}	y_{Ex2}
0,22	0,00	0,06	0,18	0,0198	0,0508

Limiti dell'estrazione ad esaurimento

Con il secondo stadio di equilibrio siamo riusciti ad estrarre altri 5.08 kg di olio che, sommati ai 14.94 kg estratti nello stadio precedente, fanno 20.02 kg complessivi, cioè una resa del:

$$\frac{20,02}{22} \cdot 100 = 91\%$$

E' evidente che se attuassimo un'ulteriore estrazione la resa aumenterebbe ulteriormente. E questo è un evidente vantaggio.

Se però consideriamo gli estratti ci accorgiamo che la concentrazione dell'olio nel primo estratto è 0,18 cioè del 18%, mentre la concentrazione di olio nel secondo estratto è 0.0508 cioè del 5.08%. In pratica gli estratti successivi devono essere riuniti per essere sottoposti all'evaporazione del solvente e al recupero dell'olio. Nel nostro caso avremo un'unica soluzione contenente 20.02 kg di olio in $83+100 = 183$ kg di soluzione. Ed una concentrazione finale di $20,02/183 = 0,109$ cioè del 10,9%.

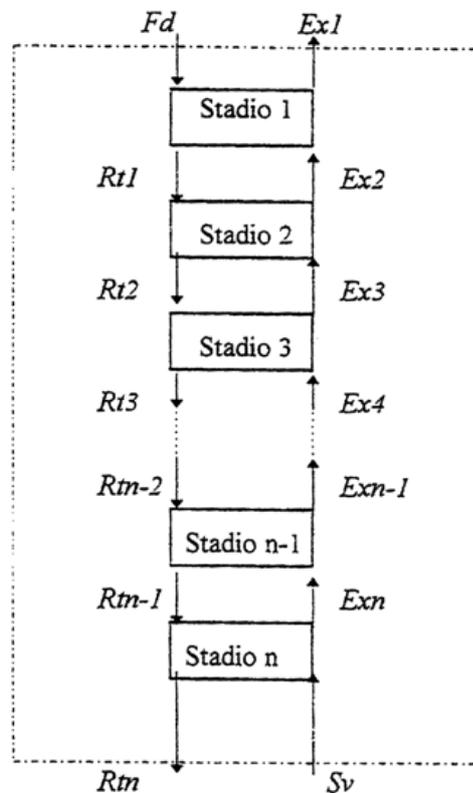
Se proseguissimo con ulteriori stadi di estrazione otterremmo ulteriori incrementi di resa, ma soluzioni di Ex sempre più diluite e quindi spese sempre maggiori di evaporazione del solvente. E' dunque chiaro che l'aumento di resa si fa a costi progressivamente crescenti dell'evaporazione.

E' possibile pensare ad una situazione in cui si realizzi la situazione ideale di ottenere rese elevate di estrazione e, allo stesso tempo concentrazioni elevate del soluto in Ex ?

Estrazione in controcorrente

L'estrazione in controcorrente consiste nel condurre una serie di estrazioni successive (stadi di equilibrio) in cui gli estratti vengono in contatto con raffinati contenenti soluzioni sempre più concentrate di soluto fino a venire in contatto con Fd che contiene, evidentemente, la soluzione più concentrata possibile di soluto, cioè il soluto puro. In tal modo Ex si arricchisce progressivamente di soluto ed esce, infine, ad una concentrazione elevata. D'altro canto si fa in modo che i raffinati si miscolino con soluzioni (Ex) sempre più diluite in modo da impoverirsi progressivamente di soluto. Nell'ultimo stadio i raffinati incontrano, infine, il solvente puro e subiscono l'ultima fase di estrazione.

Dovendo numerare gli stadi di equilibrio si assume la convenzione di cominciare dallo stadio nel quale viene alimentato F_d . Lo schema di un estrattore in controcorrente è così rappresentato:



Le coppie $Rt_1 - Ex_1$, $Rt_2 - Ex_2$, $Rt_3 - Ex_3$, ecc... rappresentano delle **relazioni d'equilibrio**, cioè flussi e masse che sono tra loro in equilibrio.

Le coppie $Rt_1 - Ex_2$, $Rt_2 - Ex_3$, $Rt_3 - Ex_4$, ecc... rappresentano delle **relazioni operative** nel senso che sono i flussi e le masse che sono “operativamente” l'una in presenza dell'altra. Sono le differenze di concentrazione fra queste due correnti che determinano la diffusione del soluto.

Le quattro correnti principali sono F_d , Ex_1 , Rt_n e S_v cioè le masse o i flussi che entrano ed escono dal sistema, Ex_1 è l'estratto finale e Rt_n è il raffinato finale.

Valgono, sia per le quattro correnti principali e cioè per l'estrattore nel suo complesso, sia per le correnti relative a ciascun stadio, le equazioni di bilancio materiale già viste per l'estrazione semplice. E cioè:

- per l'estrattore nel suo complesso:

$$F_d + S_v = Ex_1 + R_t_n$$

Bilancio globale

$$F_d \cdot x_{F_d} + S_v \cdot y_{S_v} = Ex_1 \cdot y_{Ex_1} + R_t_n \cdot x_{R_t_n}$$

Bilancio relativo al soluto

- per uno stadio qualunque, ad esempio lo stadio n° 3

$$R_{t_2} + Ex_4 = R_{t_3} + Ex_3$$

$$R_{t_2} \cdot x_{R_{t_2}} + Ex_4 \cdot y_{Ex_4} = R_{t_3} \cdot x_{R_{t_3}} + Ex_3 \cdot y_{Ex_3}$$

3° Esempio

Il problema che questi bilanci materiali permettono di risolvere è il calcolo del numero di stadi di equilibrio o **numero di stadi teorici** necessario per ottenere un dato esaurimento dei solidi (una data resa) ed un dato arricchimento degli estratti. Il risultato ottenibile con l'estrazione in controcorrente è davvero spettacolare. Facendo riferimento all'esempio 1° dell'estrazione semplice ci si può proporre, partendo dagli stessi 100 kg di Fd e dagli stessi 100 kg, di Sv , di ottenere una resa di estrazione del 95% invece del 67,9%. Il problema è soltanto di stabilire quanti stadi teorici ci vogliono. Effettuiamo questo calcolo seguendo una procedura valida per qualunque caso.

1. Innanzitutto si effettua un bilancio per definire esattamente le quantità e la composizione delle quattro correnti principali. L'unico dato che dobbiamo conoscere, oltre quelli già forniti è il rapporto di imbibizione in Rt_n . Per semplicità e comodità dell'esempio assumeremo che sia Rt_n , che tutti gli altri Rt dell'estrattore abbiano lo stesso rapporto di imbibizione di 0,5:1,0.

$$Fd + Sv = Ex_1 + Rt_n$$

E' evidente che essendo Rt_n 117 kg, (78 kg di solidi + 39 kg di soluzione imbibente), Ex_1 sarà necessariamente 83 kg.

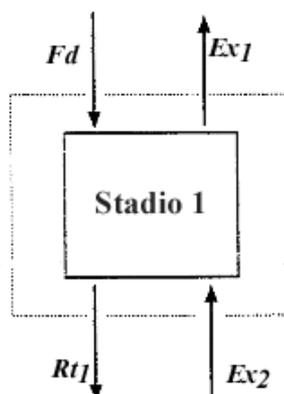
Il dato di resa ci aiuta a definire la composizione di Rt_n . In esso infatti ci devono essere non più del 5% dell'olio iniziale, cioè $22 \times 0,05 = 1,1$ kg. E' dunque evidente che in Rt_n sono contenuti $39,0 - 1,1 = 37,9$ kg di solvente.

La conoscenza di questi dati ci permette anche di conoscere completamente Ex_1 . In esso sarà contenuto tutto l'olio che non è in Rt_n cioè $22,0 - 1,1 = 20,9$ kg e tutto il solvente che non è in Rt_n cioè $100 - 37,9 = 62,1$ kg. Ex_1 è dunque complessivamente $20,9 + 62,1 = 83,0$ kg ed ha una concentrazione di olio di 0,2518, cioè del 25.18%. E' possibile che l'estrattore in controcorrente ci dia un risultato così buono e cioè una resa di estrazione elevata e una concentrazione elevata di olio in Ex_1 , con gli stessi ingredienti che ci hanno dato, nell'estrazione semplice, un risultato così modesto?

E' certamente possibile, utilizzando un estrattore che abbia un numero adeguato di stadi teorici, Intanto riassumiamo in una tabella i risultati del bilancio di materia globale effettuato su tutto l'estrattore:

	Fd	Sv	Ex_1	Rt_n
Solidi, kg	78,0	--	--	78,0
Olio, kg	22,0	--	20,9	1,1
Solvente, kg	--	100,0	62,1	37,9
Totale, kg	100,0	100,0	83,0	117,0

2. Si inizia il bilancio materiale stadio per stadio, cominciando dal primo:



$$Fd + Ex_2 = Rt_1 + Ex_1$$

$$100 + Ex_2 = 117 + 83 \quad \text{da cui si ricava } Ex_2 = 100 \text{ kg}$$

$$Fd \cdot x_{Fd} + Ex_2 \cdot y_{Ex2} = Rt_1 \cdot x_{Rt1} + Ex_1 \cdot y_{Ex1}$$

Il contenuto di olio in Fd è noto: $Fd \cdot x_{Fd} = 22 \text{ kg}$
 così pure in Ex_1 : $Ex_1 \cdot y_{Ex1} = 20,9 \text{ kg}$.

Il calcolo del contenuto in olio in Rt_1 è semplice poiché sappiamo che Rt_1 contiene 39 kg di una soluzione che ha la stessa concentrazione di olio in Ex_1 (relazione di equilibrio, cioè $20,9/83 = 0,2518$). Per cui $Rt_1 \cdot x_{Rt1} = 39 \times 0,2518 = 9,82 \text{ kg}$.

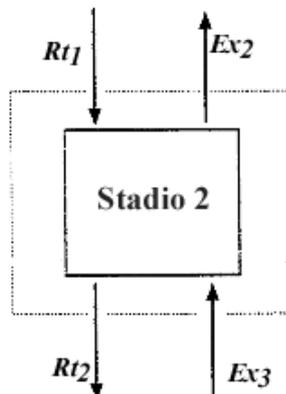
A questo punto possiamo subito dire che un solo stadio teorico non basta poiché contiene 9,82 kg di olio, molto più degli 1,1 kg che dovrà contenere.

Il bilancio dell'olio al 1 stadio diventa:

$$22 + Ex_2 \cdot y_{Ex2} = 9,82 + 20,9$$

$$\text{da cui } Ex_2 \cdot y_{Ex2} = 8,72 \text{ kg e quindi } y_{Ex2} = 8,72/100 = 0,0872$$

3. Si effettua il bilancio materiale sul secondo stadio:



$$Rt_1 + Ex_3 = Rt_2 + Ex_2$$

$$117 + Ex_3 = 117 + 100 \quad \text{da cui si ricava } Ex_3 = 100 \text{ kg}.$$

Si può notare che, se il rapporto di imbibizione è costante anche i vari Rt sono sempre uguali (nel nostro caso 117 kg) e perciò anche gli Ex saranno necessariamente uguali (nel nostro caso 100 kg). Ripetendo gli stessi calcoli effettuati per lo stadio precedente avremo:

$$Rt_1 \cdot x_{Rt1} + Ex_3 \cdot y_{Ex3} = Rt_2 \cdot x_{Rt2} + Ex_2 \cdot y_{Ex2}$$

Ricordando che $Rt_1 \cdot x_{Rt1} = 9,82 \text{ kg}$; $Ex_2 \cdot y_{Ex2} = 8,72 \text{ kg}$

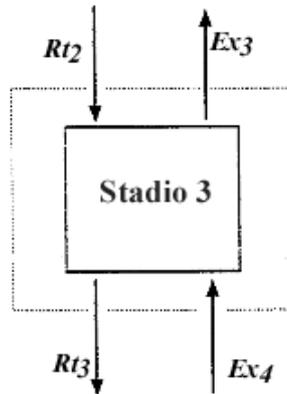
Poiché sappiamo che Rt_2 contiene 39 kg di una soluzione che ha la stessa concentrazione di olio in Ex_2 (relazione di equilibrio, cioè $8,72/100 = 0,0872$).

Per cui $Rt_2 \cdot x_{Rt2} = 39 \times 0,0872 = 3,401 \text{ kg}$ (due stadi teorici non sono sufficienti!).

$$Ex_3 \cdot y_{Ex3} = Rt_2 \cdot x_{Rt2} + Ex_2 \cdot y_{Ex2} - Rt_1 \cdot x_{Rt1} = 3,401 + 8,72 - 9,82 = 2,301 \text{ kg}$$

Da cui : $y_{Ex3} = 2,301/100 = 0,02301$

4. Si effettua il bilancio materiale sul secondo stadio:



$Ex_4 = 100 \text{ kg}$ e $Rt_3 = 117 \text{ kg}$.

$$Rt_2 \cdot x_{Rt2} + Ex_4 \cdot y_{Ex4} = Rt_3 \cdot x_{Rt3} + Ex_3 \cdot y_{Ex3}$$

Ricordando che $Rt_2 \cdot x_{Rt2} = 3,14 \text{ kg}$; $Ex_3 \cdot y_{Ex3} = 2,301 \text{ kg}$

Poiché sappiamo che Rt_3 contiene 39 kg di una soluzione che ha la stessa concentrazione di olio in Ex_3 (relazione di equilibrio, cioè $2,301/100 = 0,02301$).

Per cui $Rt_3 \cdot x_{Rt3} = 39 \times 0,02301 = 0,897 \text{ kg}$.

Dunque in Rt_3 ci sono meno di 1,1 kg di olio. Il che significa che per ottenere il risultato previsto dal bilancio globale ci vuole un estrattore con tre stadi teorici di estrazione.

Stadi teorici ed efficienza degli estrattori

La nozione di stadio è teorica da due punti di vista. Innanzitutto presuppone che si raggiunga la condizione di equilibrio fra soluzione imbibente e soluzione libera e ciò non è possibile, come si è detto, che in un tempo infinito. In secondo luogo lo stadio è teorico in quanto esso non esiste materialmente negli estrattori pratici. Questi sono generalmente continui e costituiti da impianti nei quali si realizza un flusso in controcorrente fra solidi da estrarre e soluzione estraente. Nulla in essi può essere rappresentato come uno stadio nel quale la miscela fra solidi e soluzione viene mantenuta finché non si raggiunga l'equilibrio.

Che cos'è dunque, in pratica uno stadio teorico?

E' una nozione, un concetto, che ci consente di valutare numericamente la difficoltà di un'operazione di estrazione e l'efficienza di un estrattore.

Se, ad esempio, nelle condizioni indicate nell'esempio precedente si ottengono, con un dato estrattore, i risultati calcolati nel bilancio materiale globale, si può dire che l'estrattore ha un'efficienza equivalente a circa tre stadi teorici.

Nozione importante poiché ci permette di prevedere le prestazioni dell'estrattore, in qualunque modo si modifichino le condizioni operative, le quantità e le concentrazioni.

E' anche evidente che un estrattore avente un'efficienza equivalente ad un numero elevato di stadi teorici è in grado, **a parità di condizioni**, di ottenere prestazioni migliori e cioè un esaurimento spinto dei solidi, Rt_n , e, contemporaneamente, un'elevata concentrazione di soluto in Ex_1 .

Cosa significa a parità di condizioni? Significa essenzialmente a **parità di rapporto di imbibizione** poiché il rapporto di imbibizione è, con il numero di stadi teorici, l'altro fattore di efficienza di un estrattore. Come abbiamo avuto modo di notare, se fosse possibile avere un rapporto di imbibizione di zero (cioè una separazione totale della soluzione dai solidi), un solo stadio teorico sarebbe sufficiente per ottenere una resa del 100%, cioè l'estrazione di tutto il soluto.

Il numero di stadi teorici che è necessario per ottenere una certa resa di estrazione è tanto più elevato quanto più elevato è il rapporto di imbibizione dei solidi.

Pertanto non possiamo giudicare l'efficienza di un estrattore conoscendo soltanto il numero di stadi teorici. Non possiamo dire che un estrattore con un'efficienza equivalente a 5 stadi teorici è superiore ad un estrattore con 3 stadi teorici. Occorre anche conoscere i rispettivi rapporti di imbibizione e giudicare, con un calcolo come quello che abbiamo presentato nell'esempio precedente, quale dei due estrattori è in grado di realizzare la prestazione migliore (esaurimento più spinto di Rt_n e arricchimento più spinto di Ex_I).

Ancora sul rapporto di estrazione

Negli esempi che abbiamo presentato finora abbiamo considerato che il rapporto di imbibizione fosse costante per tutti gli stadi di estrazione. Questa condizione non si verifica frequentemente nella pratica. Sia il particolare modo di funzionamento degli estrattori, sia la variazione delle caratteristiche fisiche (densità, viscosità) della soluzione imbibente determinano una variazione del rapporto di imbibizione nei vari punti dell'estrattore. Questa variazione non può che essere determinata sperimentalmente. Di essa si deve tener conto nei bilanci materiali per il calcolo del numero di stadi teorici.

In pratica si procede come segue:

Si definisce sperimentalmente la relazione fra rapporto di imbibizione e composizione della soluzione imbibente. Per fare ciò si prelevano campioni di raffinato in punti successivi dell'estrattore e se ne determina la composizione. Ad esempio, in un impianto di estrazione dell'olio:

- si prelevano campioni di Rt ;
- si determina, per evaporazione fino a peso costante, la percentuale in peso di solvente ;
- si determina, per estrazione al Soxhlet, la percentuale in peso di olio ;
- si determina, per differenza di peso, la percentuale in peso di solidi;
- si porta in grafico il rapporto di imbibizione o una misura equivalente (ad esempio la percentuale in peso della soluzione imbibente rispetto al peso totale di Rt) in funzione della concentrazione in olio della soluzione imbibente ;
- a questo grafico si fa riferimento nel calcolo degli stadi teorici rilevando ad ogni stadio quale è il rapporto di imbibizione che corrisponde alla composizione della soluzione imbibente.

Rappresentazione del sistema di estrazione sul diagramma triangolare

Tutti i calcoli e bilanci che abbiamo descritto nei paragrafi precedenti possono essere svolti con una procedura grafica.

Un sistema di tre componenti è rappresentabile con un diagramma triangolare utilizzando il triangolo rettangolo. I tre componenti sono, nel nostro caso, l'olio -il solvente - i solidi.

Nella figura è riportato un esempio di rappresentazione grafica su triangolo rettangolo di un problema di estrazione nel caso dell'olio.

I **vertici** del triangolo rappresentano i tre componenti puri.

I **lati** del triangolo rappresentano miscele binarie. Il **cateto di base** rappresenta miscele di olio e solidi: i semi oleaginosi da estrarre (Fd) sono rappresentabili da un punto su questo lato. E' indicata a titolo di esempio la composizione di Fd dell' esercizio III (22% di olio).

L'**ipotenusa** rappresenta miscele di olio e solvente: tutti gli Ex saranno rappresentabili con punti dell'ipotenusa. E' indicata a titolo di esempio la composizione di Ex_I dell'esercizio III (25.18%).

Infine l'altro **cateto** rappresenta miscele di solidi e solvente: queste miscele in pratica non esistono; si può dire soltanto che Rt_n , sarà in una posizione molto vicina a questo lato, contenente i solidi, il solvente e pochissimo olio residuo.

Tutti i **punti interni** al triangolo rappresentano miscele ternarie; pertanto cadono all'interno del triangolo rettangolo tutti gli Rt . La lettura della composizione di una miscela ternaria all'interno del triangolo è molto semplice. Si prenda ad esempio il punto A: esso rappresenta una miscela che contiene il 60% di olio e il 10% di solvente. Il contenuto in solidi è evidentemente dato dalla differenza a 100, cioè il 30%.

Questa osservazione consente di introdurre il concetto di **luogo dei raffinati** come di una linea all'interno del triangolo sulla quale si situano le composizioni dei raffinati. Se, per esempio, ipotizziamo, come nell'esercizio III, che il

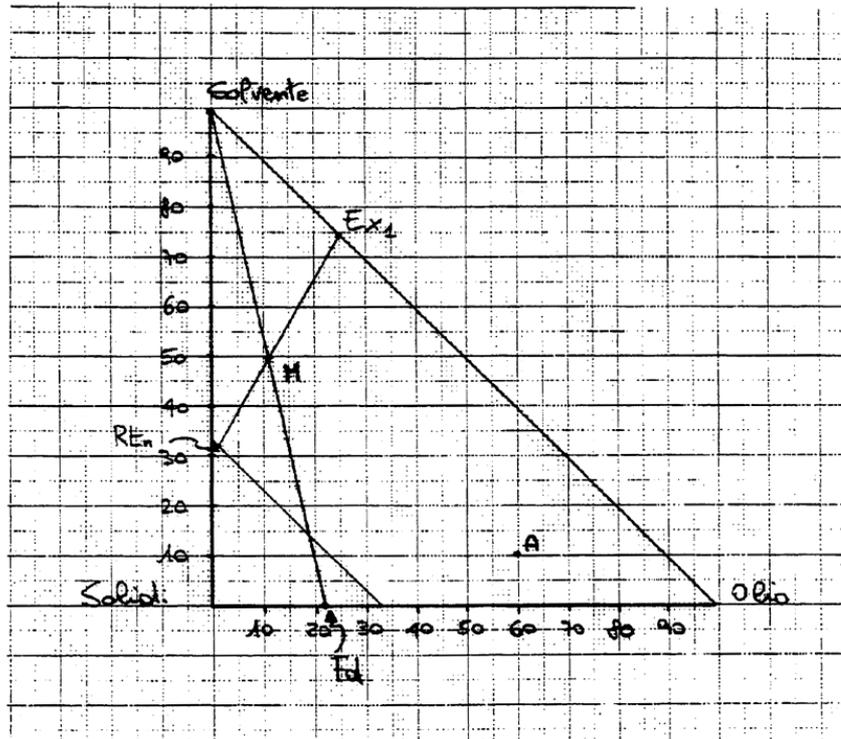
rapporto di imbibizione dei raffinati sia 0,5:1,0 e che esso non vari al variare della composizione della soluzione: imbibente, allora il luogo dei raffinati è rappresentabile con un segmento parallelo all'ipotenusa, come quello riportato nella figura. In pratica si può dire che la soluzione imbibente rappresenta un terzo in peso, cioè il 33%, degli Rt . La retta tracciata nel diagramma triangolare ha la proprietà di rappresentare tutte le possibili condizioni in cui la soluzione imbibente rappresenta il 33% della miscela.

Tutto quanto abbiamo detto mostra come possono essere indicate nel diagramma le composizioni. Vediamo ora come possono essere rappresentate quantità relative delle varie correnti.

Il punto somma

Se si miscelano due correnti di diversa composizione, la composizione della miscela risultante è sul segmento che congiunge le composizioni delle due correnti, in una posizione che dipende dalla proporzione delle due correnti nella miscela. Nel triangolo rettangolo abbiamo unito con un segmento il punto che rappresenta Fd con il vertice che rappresenta il solvente puro. Abbiamo inoltre indicato con la lettera **M** il punto intermedio del segmento. Esso rappresenta la composizione della miscela che si ottiene miscelando Fd e Sv in parti uguali, come ad esempio nell'estrazione semplice dell'esercizio I. Se le proporzioni della miscelazione fossero state diverse il punto M si sarebbe spostato di conseguenza, stante la seguente proporzione:

lunghezza del segmento $Fd-M$	come	quantità di Sv
sta alla		sta alla
lunghezza del segmento $M-Sv$		quantità di Fd
REGOLA DELLA LEVA		



Rappresentazione grafica miscela di tre componenti su triangolo rettangolo.

Questa proprietà del diagramma triangolare permette di risolvere agevolmente anche il problema di un'estrazione in controcorrente considerando che il bilancio globale si scrive:

$$Fd + Sv = Rt_n + Ex_1$$

Se nel sistema entrano 100 kg/h di Fd e 100 kg/h di Sv come nell'esercizio III, lo stesso punto M rappresenta la posizione della miscela fittizia che si otterrebbe miscelando Fd e Sv . Il punto M è detto **punto somma** e rappresenta condizione che nei bilanci materiali sono indicate come somma di due correnti. Possiamo pertanto dire che lo stesso M che rappresenta la somma $Fd + Sv$ rappresenta anche la somma $Rt_n + Ex_1$. Possiamo pertanto individuare Rt_n sul luogo dei raffinati in base ai dati della tabella dell'esercizio III. Unendo Rt_n al punto M e prolungando il segmento fino ad incontrare l'ipotenusa, si individua su questo il punto che rappresenta la composizione di Ex_1 . Poiché la portata in massa $Rt_n + Ex_1$ è di 200 kg/h anche il segmento da Rt_n a Ex_1 rappresenta tale quantità. Si può dire inoltre che:

lunghezza del segmento Rt_n-M	sta alla	come	sta alla	quantità di Ex_1
lunghezza del segmento $M-Ex_1$				quantità di Rt_n

Ciò consente di valutare graficamente le quantità di Ex_1 e Rt_n .

4° Esempio

2000 kg/h di semi al 20 % di olio vengono estratti con un solvente che contiene il 2 % di olio. Si vuole ottenere un residuo contenente oltre l'inerte il 4% di olio e il 20% di solvente ed un estratto privo d'inerte al 30 % di soluto. Si calcoli graficamente la portata di solvente necessario all'operazione e dell'estratto ottenuto.

In figura sono rappresentate le correnti entranti ed uscenti dall'impianto.

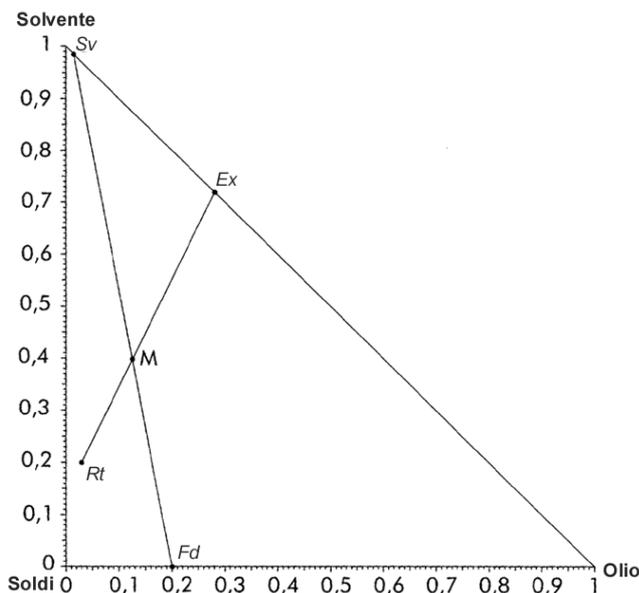


Diagramma ternario per l'estrazione solido-liquido.
Lunghezza originale del cateto 200 mm

Riportiamo sul diagramma i punti rappresentativi delle correnti Fd , Sv , Ex , e Rt . Come si può vedere, alimentazione e solvente sono miscelati per dare il miscuglio eterogeneo M che si separa in un estratto ed un residuo. Per l'allineamento delle correnti, il punto M deve essere sia sulla congiungente i punti Fd ed Sv , sia sulla congiungente i punti Rt ed Ex , quindi non può essere che al punto d'intersezione dei due segmenti.

Dopo che si è localizzato M , applicando la regola della leva si può calcolare il rapporto Fd/Sv . Le lunghezze dei segmenti valgono:

$$\overline{FdM} = 76 \text{ mm} \qquad \overline{SvM} = 123 \text{ mm}$$

Quindi si ha:

$$\frac{Fd}{Sv} = \frac{\overline{SvM}}{\overline{FdM}} = \frac{123 \text{ mm}}{76 \text{ mm}} = 1,618$$

da cui si ricava:

$$Sv = \frac{Fd}{1,618} = \frac{2000 \text{ kg/h}}{1,618} = 1236 \text{ kg/h}$$

Sempre con la regola della leva, ricaviamo il rapporto Rt/Ex . I segmenti misurano:

$$\overline{ExM} = 73 \text{ mm} \qquad \overline{RtM} = 39,5 \text{ mm}$$

Per la regola della leva si ha:

$$\frac{Rt}{Ex} = \frac{\overline{ExM}}{\overline{RtM}} = \frac{73 \text{ mm}}{39,5 \text{ mm}} = 1,848$$

Facendo un bilancio globale di materia si ha:

$$Fd + Sv = M = Ex + Rt = 2000 \text{ kg/h} + 1236 \text{ kg/h} = 3236 \text{ kg/h}$$

Dividendo per Ex si ha:

$$\frac{M}{Ex} = \frac{Ex}{Ex} + \frac{Rt}{Ex} = 1 + 1,848 = 2,848$$

da cui si ottiene:

$$Ex = \frac{M}{2,848} = \frac{3236 \text{ kg/h}}{2,848} = 1136 \text{ kg/h}$$

Infine si può anche ricavare:

$$Rt = M - Ex = 3236 \text{ kg/h} - 1136 \text{ kg/h} = 2100 \text{ kg/h}$$

Qualche osservazione sul luogo dei raffinati

Gli esempi che abbiamo fatto sono riferiti al caso ipotetico che il rapporto di imbibizione sia costante. Soltanto in questo caso il luogo dei raffinati è un segmento parallelo al lato solvente - olio. Se il rapporto di imbibizione non è costante, come nella maggior parte dei casi, il luogo dei raffinati sarà una curva con uno specifico andamento che dovrà essere definito sperimentalmente.

5° Esempio

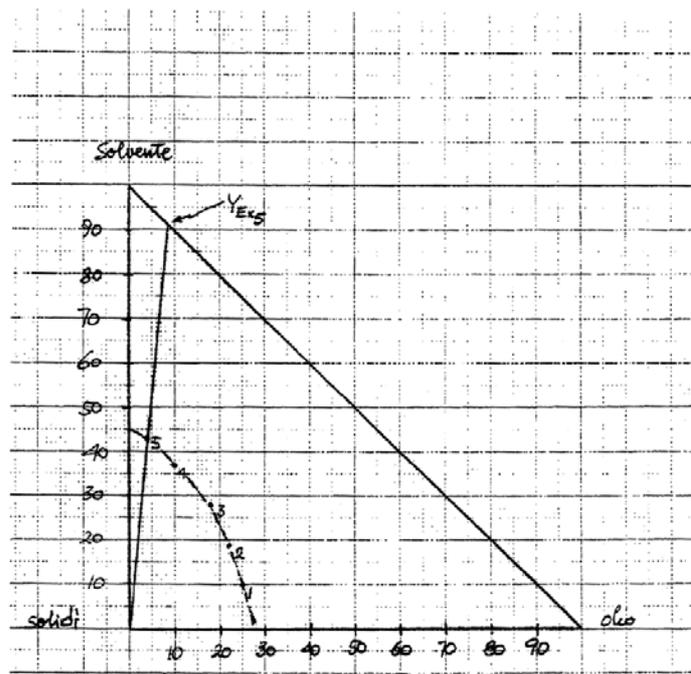
In un estrattore in controcorrente di olio di semi si analizza una serie di campioni di Rt , prelevati in sequenza nell'estrattore, ottenendo i seguenti risultati:

Campione N°	Solvente %	Olio %	Solidi %	Concentrazione di olio nella soluzione imbibente	Percentuale di soluzione imbibente in Rt
1	10	25	65	0,714	35
2	19	22	59	0,536	41
3	28	18	54	0,391	46
4	37	10	53	0,213	47
5	43	4	53	0,085	47

La figura rappresenta, nel diagramma triangolare, un luogo dei raffinati costruito con i dati della tabella dell'esempio V.

Sono indicati i cinque dati sperimentali ed è tracciata la curva che li unisce.

La costruzione del luogo dei raffinati può aver luogo in due modi, che indichiamo brevemente. Il primo, molto semplice e diretto, consiste nel porre i punti sperimentali sul diagramma, conoscendo la composizione percentuale di ciascun componente di Rt . Il secondo è invece basato sul rapporto di imbibizione ed è illustrato dal Segmento tracciato per il punto 5. Tale segmento congiunge il vertice che rappresenta i solidi con il punto sull'ipotenusa che rappresenta la composizione della soluzione imbibente (y_{Ex5}). Su tale segmento la posizione del punto 5 potrebbe essere individuata in base al rapporto di massa fra solido e soluzione imbibente, sapendo che:



Rappresentazione del luogo dei raffinati nel caso di rapporto di imbibizione variabile.

lunghezza del segmento solidi-5	come	massa di soluzione imbibente in Rt
sta alla		sta alla
lunghezza del segmento 5- y_{Ex5}		massa di solidi in Rt

La stessa operazione, ripetuta per tutti i dati, consente di porre 5 punti sperimentali e di tracciare dunque il luogo dei raffinati.

Altri casi pratici

I sistemi reali si possono presentare con molte varianti rispetto allo schema base finora trattato. Per esempio, quando si studia l'estrazione di zucchero dalle barbabietole il punto Fd non si trova su un lato, ma all'interno del triangolo poiché le barbabietole contengono sia i solidi che il soluto (zucchero) e un po' di solvente (acqua).

In altri casi invece del solvente puro si usa un estratto molto diluito che proviene da altre operazioni di recupero.

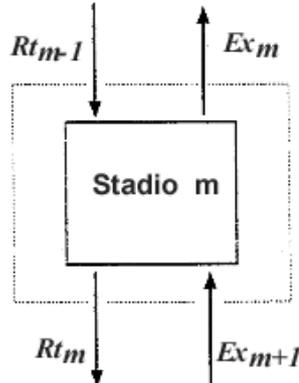
In altri casi il rapporto di imbibizione di R_t cambia bruscamente nell'ultimo stadio, dove i solidi vengono spremuti per recuperare il massimo di soluzione imbibente.

CALCOLO GRAFICO DEL NUMERO DI STADI TEORICI

Il punto differenza

Per risolvere graficamente, sul triangolo rettangolo, il problema del calcolo del numero di stadi teorici è necessario introdurre la nozione di punto differenza.

Se ci riferiamo ai bilanci materiali dei vari stadi teorici possiamo scrivere, per un generico stadio m -esimo:



$$R_{m-1} + Ex_{m+1} = R_m + Ex_m$$

Che equivale alla seguente :

$$R_{m-1} - Ex_m = R_m - Ex_{m+1}$$

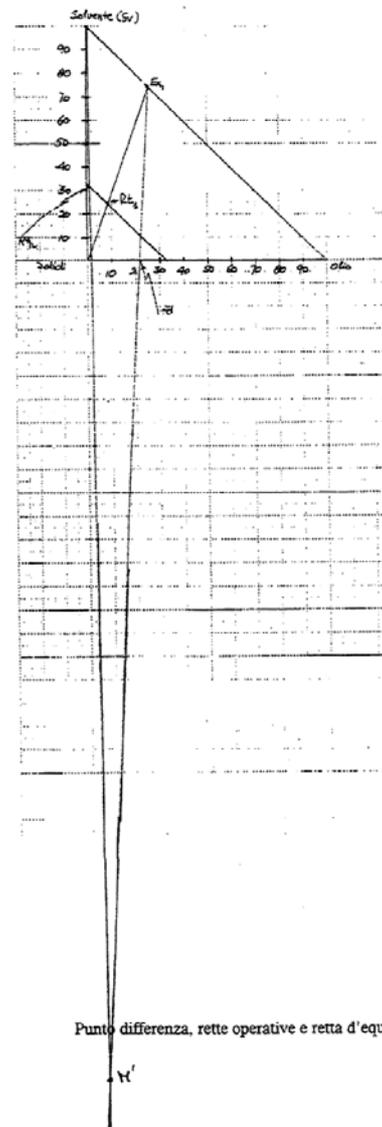
Quest'ultima espressione indica la relazione operativa fra un R_t generico e l' Ex che gli sta di fronte. Indica in particolare che esiste una differenza costante in tutto l'estrattore fra le masse di R_t e le masse di Ex che gli sono operativamente di fronte. Questa relazione vale, ovviamente, anche per l'inizio e per la fine del sistema, potendosi scrivere.

$$Fd - Ex_1 = R_n - Sv = M'$$

che deriva dal bilancio globale dell'estrattore.

Orbene: le proprietà del diagramma triangolare sono tali per cui la differenza fra due correnti rappresentate nel diagramma è identificata da un punto che si trova sul prolungamento del segmento che unisce le due correnti.

Nella figura è stato riprodotto il diagramma triangolare dell'esempio 3° con l'identificazione del punto M' come punto differenza comune alla retta che proviene dal segmento R_n-Sv e a quella che proviene dal segmento $Fd - Ex_1$.



Punto differenza, rette operative e retta d'equilibrio.

Le rette che uniscono gli Ex e gli Rt che sono operativamente gli uni di fronte agli altri sono dette **rette operative**. Esse convergono tutte nel punto M' .

Le rette d'equilibrio

Si intendono invece come rette d'equilibrio le rette che collegano tra loro Ex e Rt che sono tra loro in equilibrio, come ad esempio Ex_1 e Rt_1 oppure Ex_2 e Rt_2 e così via.

Tali rette d'equilibrio sono facilissime da definire poiché sono rette che hanno in comune il vertice del diagramma che corrisponde ai solidi inerti. Poiché infatti i solidi sono inerti e rimangono gli stessi qualunque sia la composizione della soluzione imbibente, una retta di equilibrio è quella che parte dal vertice dei solidi e raggiunge la composizione di Ex . Tale retta individua, all'incrocio con il luogo dei raffinati, il raffinato che è in equilibrio con l' Ex in questione. La figura precedente riporta l'esempio della retta d'equilibrio che passa per Ex_1 . Essa individua la composizione di Rt_1 , che è in equilibrio con Ex_1 .

La valutazione grafica del numero degli stadi teorici si effettua allora continuando ad tracciare alternativamente rette operative e rette all'equilibrio finché Rt è uguale o inferiore a Rt_n . Si capisce allora che la valutazione grafica del numero di stadi teorici è più semplice e rapida della soluzione matematica.

Le rette che uniscono gli Ex e gli Rt che sono operativamente gli uni di fronte agli altri sono dette **rette operative**. Esse convergono tutte nel punto M' .

6° Esempio

1000 kg/h di fegati di pesce contenenti il 26 % in massa di olio sono estratti con un solvente puro operando in più stadi in controcorrente. Si vuole ottenere un estratto al 40 % in massa di olio e un residuo con meno del 3 % di olio. Si vuole calcolare il numero di stadi ideali e la portata del solvente. I dati d'equilibrio sono riportati in tabella.

CONCENTRAZIONE DEL SOLUTO NEL RESIDUO (x_{Rt})	CONCENTRAZIONE DEL SOLVENTE NEL RESIDUO (y_{Rt})
0	0,291
0,025	0,228
0,057	0,229
0,096	0,224
0,142	0,213
0,199	0,199
0,267	0,178
0,238	0,162

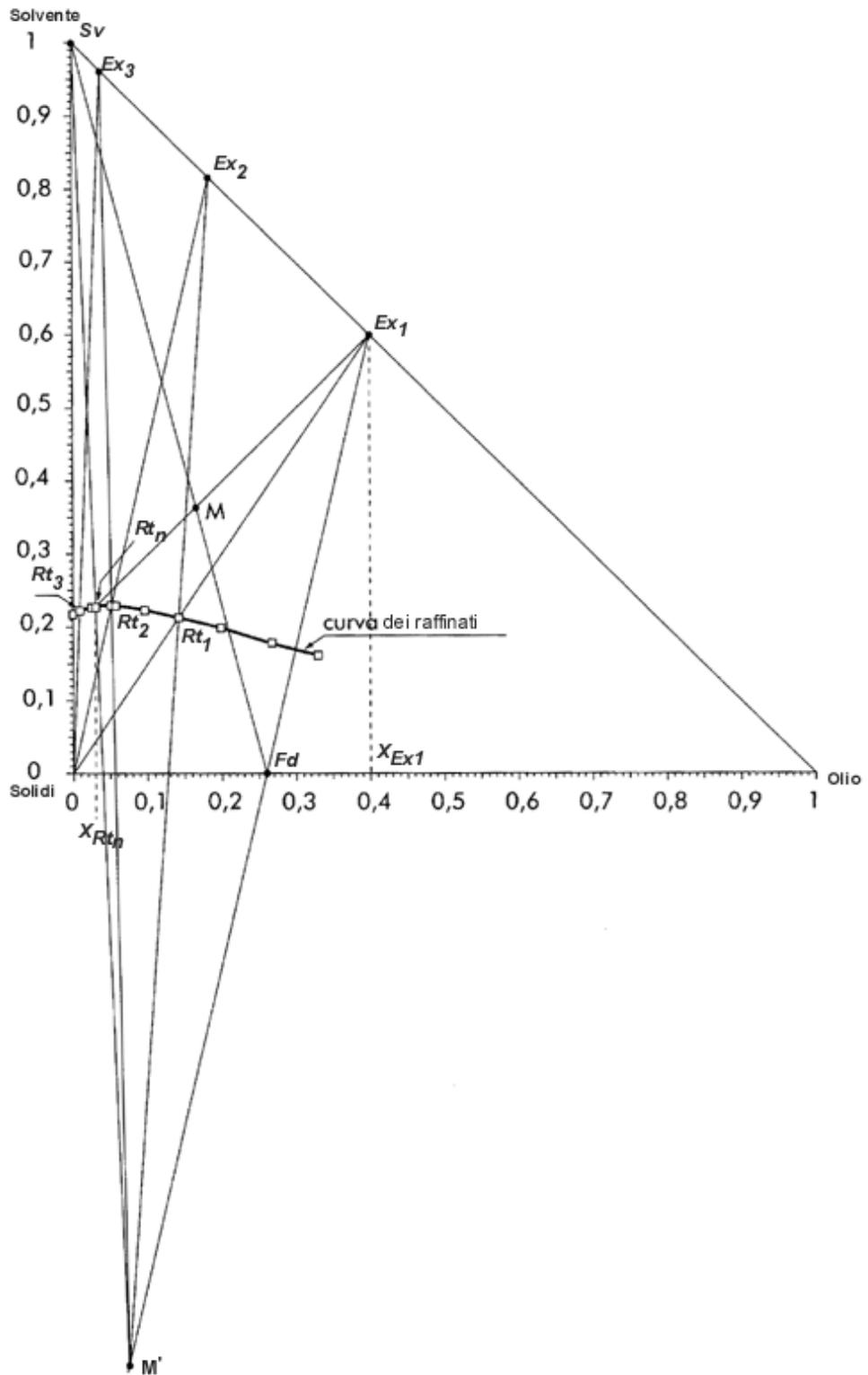
Cominciamo con il tracciare sul diagramma triangolare il luogo dei raffinati con i dati della tabella, quindi localizziamo i punti rappresentativi dell'alimentazione (Fd), del solvente (Sv), del residuo (Rt_n) e dell'estratto (Ex_1) finali.

Si congiungono quindi i punti Fd ed Sv e i punti Rt_n ed Ex_1 . Intersecandosi i due segmenti individuano il punto M , rappresentativo del miscuglio globale d'estrazione presente all'interno dell'apparecchiatura. Dalla misura dei segmenti \overline{FdM} e \overline{SvM} , applicando la regola della leva, possiamo calcolare il rapporto solvente/alimentazione e quindi la portata del solvente.

$$\frac{Sv}{Fd} = \frac{\overline{FdM}}{\overline{SvM}} = \frac{75 \text{ mm}}{131,5 \text{ mm}} = 0,57$$

da cui:

$$S_v = 0,576 * F_d = 0,57 * 1000 \text{ kg/h} = 570 \text{ kg/h}$$



Costruzione grafica per il calcolo del numero di stadi ideali nell'estrazione solido-liquido in controcorrente, relativa all'Esempio . Lunghezza originale del cateto 200 mm

Per calcolare il numero di stadi ideali è necessario localizzare il punto M' (punto differenza) . Esso si trova all'intersezione delle rette operative ottenute dal prolungamento dei segmenti $\overline{Ex_1Fd}$ e

$\overline{SvRt_n}$. Il numero di stadi ideali si calcola identificando sul diagramma i punti rappresentativi di tutte le correnti entranti ed uscenti da tutti gli stadi. Cominciando da E_{x1} , si traccia un segmento che unisce tale punto al vertice solidi: ciò permette di localizzare, all'intersezione con il luogo dei raffinati Rt_1 .

Rt_1 è la composizione del raffinato del raffinato all'uscita del primo stadio che si trova sulla retta di equilibrio con il vertice del diagramma corrisponde ai solidi inerti ed E_{x1} .

Congiungendo quindi M' a Rt_1 , e prolungando il segmento fino ad incontrare l'ipotenusa, si localizza E_{x2} .

Si ripete la procedura fino ad individuare un residuo con una concentrazione del soluto uguale o inferiore a quella voluta.

I passi da ripetere sono:

- si individuano le correnti in equilibrio uscenti dallo stadio, nel nostro caso si congiunge E_{x2} al punto al vertice solidi e si individua Rt_2 all'intersezione il luogo dei raffinati;
- si individuano le correnti all'interstadio, nel nostro caso si traccia la congiungente tra M' ed Rt_2 e la si prolunga fino all'ipotenusa, luogo degli estratti, e si localizza E_{x3} corrente all'interstadio con Rt_2 .

Come si può vedere dalla figura nel nostro caso sono sufficienti 3 stadi teorici per ottenere una concentrazione del soluto nel residuo inferiore a quella desiderata.